

基于刚性动网格技术的动导数数值模拟

米百刚, 詹 浩, 王 斑
(西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

摘 要: 基于刚性动网格技术,建立了俯仰动导数的非定常数值计算方法.首先使用小幅度强迫俯仰振荡方法求解俯仰组合动导数,然后利用小幅度强迫升沉振荡方法求解洗流时差导数,通过两者相减即可得到俯仰阻尼导数.利用国际动导数标准模型 Finner 导弹进行算例验证,计算得到的俯仰组合动导数与试验值误差为 2.76%,洗流时差导数值约为俯仰阻尼导数的 11.5%,与文献的结果一致.结论表明:动导数单独模拟方法具有较好的工程实用价值,且可以推广到横向以及航向的动导数数值模拟.

关 键 词: 动导数; 刚性动网格技术; 俯仰振荡; 升沉振荡; CFD 技术

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

Numerical simulation of dynamic derivatives based on rigid moving mesh technique

MI Bai-gang, ZHAN Hao, WANG Ban

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Based on rigid moving mesh technique, a unsteady method of simulating each pitching dynamic derivative was developed. Firstly, the pitching combined dynamic derivative was calculated by using the method of small amplitude pitching forced oscillation; then the lag of wash derivative could also be obtained by using the small amplitude plunging forced oscillation method; finally the pitching damping derivative was calculated by the difference between the combined dynamic derivative and the lag of wash derivative. The international dynamic derivative standard model Finner missile was taken as an example to testify the methods, the calculation error of pitching combined dynamic derivative is 2.76%, and the lag of wash derivative calculated is 11.5% of pitching damping derivative, in agreement well with the references. The research shows that the methods of separating dynamic derivatives have been proved reliable and useful in engineering, and these methods can also be used in lateral and directional dynamic derivative analysis.

Key words: dynamic derivative; rigid moving mesh technique; pitching oscillation; plunging oscillation; CFD technology

作为飞行器导航系统、控制系统以及动态品质分析不可缺少的原始气动参数,动导数的获取一直是国内外研究的热点.目前的获取动导数的手段主要依靠理论估算、风洞试验以及飞行试验.其中风洞试验以及飞行试验周期长,花费巨大,理论计算的适用范围受到诸多限制.近年来,随着计算流体力学技术的发展,特别是在非定常空气动力学理论与数值计算方面的进步,使得使用 CFD 计算飞行器的动导数成为可能,目前国内外已经在这方面开展了很多的研究并应用到了实际的型号研制中.国内,袁先旭等^[1]数值计算了弹道外形以及返回舱的俯仰动静导数.范晶晶等^[2]使用 CFD 方法对翼型、弹道外形以及有翼导弹的动导数进行了计算.卢学成、史爱明、孙涛、陶洋等^[3-7]

力学理论与数值计算方面的进步,使得使用 CFD 计算飞行器的动导数成为可能,目前国内外已经在这方面开展了很多的研究并应用到了实际的型号研制中.国内,袁先旭等^[1]数值计算了弹道外形以及返回舱的俯仰动静导数.范晶晶等^[2]使用 CFD 方法对翼型、弹道外形以及有翼导弹的动导数进行了计算.卢学成、史爱明、孙涛、陶洋等^[3-7]

等也使用动态变形网格对导弹的动导数进行了数值计算. 国外的研究^[8-11]也使用各种 CFD 工具对包括翼型、有翼导弹以及多种实际的飞机模型进行了动导数数值计算, 得到了与风洞试验值吻合较好的结果.

综合来看, 以上国内外的 CFD 计算动导数方法多数采用的是基于小幅度强迫振动方法的非定常流场求解, 通过求解得到的非定常气动力进行组合动导数的辨识, 但是在实际的动稳定分析以及后来的针对飞机的控制率设计, 需要尽可能精细的动导数结果, 也就是希望尽可能将组合动导数分离^[12].

本文利用刚性动网格技术, 以俯仰动导数为例, 先强迫飞行器做小幅度俯仰振荡, 通过求得的气动力进行俯仰组合动导数的计算, 接着强迫飞行器进行小幅度升沉运动, 以得到的气动力辨识出洗流时差导数^[13], 最后通过俯仰组合动导数与洗流时差导数相减得到俯仰阻尼导数^[14], 从而实现动导数的分离模拟.

1 计算方法

1.1 控制方程

文中采用的控制方程为三维积分形式的雷诺平均 N-S 方程.

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \mathbf{W} dV + \iint_{\partial V} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} ds = \frac{1}{Re} \iint_{\partial V} \mathbf{F}_v \cdot \mathbf{n} ds \quad (1)$$

其中 V 为任意控制体; $\mathbf{W}$ 是守恒变量; $\mathbf{F}$ 为无黏(对流)通矢量项; $\mathbf{F}_v$ 为黏性通量; ∂V 为控制体的边界; $\mathbf{n}$ 为控制体边界单位外法向矢量; Re 为计算的雷诺数.

空间离散采用 2 阶迎风格式——通量差分分裂(Roe-FDS)格式, 采用双时间步推进并用隐式 LU-SGS(lower-upper symmetric Gauss-Seidel)格式迭代求解, 应用当地时间步长、残值光顺、预处理和多重网格加速收敛. 湍流模型采用对逆压梯度流动模拟精度较高的 $k-\omega$ SST(切应力输运)湍流模型.

1.2 刚性动网格技术

动导数的数值模拟一般采取与风洞试验类似的方法进行, 即使物体做小幅度的强迫振动, 对得到的非定常气动力辨识得到动导数结果, 要得到单独的动导数, 则要使物体做不同类型的振动, 可以用这 3 种网格进行此类运动的模拟: 非结构网格重构、滑移网格以及刚性动网格^[15-16].

目前多数研究中使用的小幅度强迫振动方法中采用的是非结构网格重构实现物面的运动, 尽

管非结构网格适应性好, 其重构也能实现各种构型的大变形复杂运动, 但是对于黏性效应显著的工况模拟效果不佳, 并且网格重构需要大量的计算资源, 费时费力.

滑移网格通过滑移面是流场的部分网格整体移动, 数据在滑移面进行插值传递, 因为没有网格变形, 网格质量不会变化, 除了滑移面处的数据传递误差, 滑移网格也能较好地保持计算精度, 但是要针对不同类型的运动进行模拟, 则需要构建不同的滑移面, 也就需要生成不同的网格, 这对于大规模的工况计算也是很难接受的.

本文应用的刚性动网格技术即可避免这些缺点, 其基本思想是令计算网格随物体一起做刚体运动, 在整个非定常运动过程中, 计算网格无须重新生成, 计算量小, 并可以保持初始网格的质量, 从而保证计算的精度. 此外由于网格整体运动, 不需要针对不同运动类型生成不同的网格, 实现了网格与运动的分离, 这对于系统的进行所有动导数的模拟是非常适合的.

1.3 动导数计算方法

一般使用 CFD 计算得到的动导数多数为组合动导数, 以俯仰动导数为例, 其动导数的表达可以以图 1^[8]来说明. 图中, C_M 为俯仰力矩系数; α_0, α 分别为初始攻角和瞬时攻角; $C_{M\dot{\alpha}}$ 表示俯仰力矩系数对俯仰角速度的导数, 也即纵向阻尼导数, 而 $C_{M\ddot{\alpha}}$ 则为俯仰力矩系数对迎角变化率的导数, 又称为洗流时差导数; R 为准定常拉升运动半径; W, A 分别为切向以及法向力; V 为来流速度.

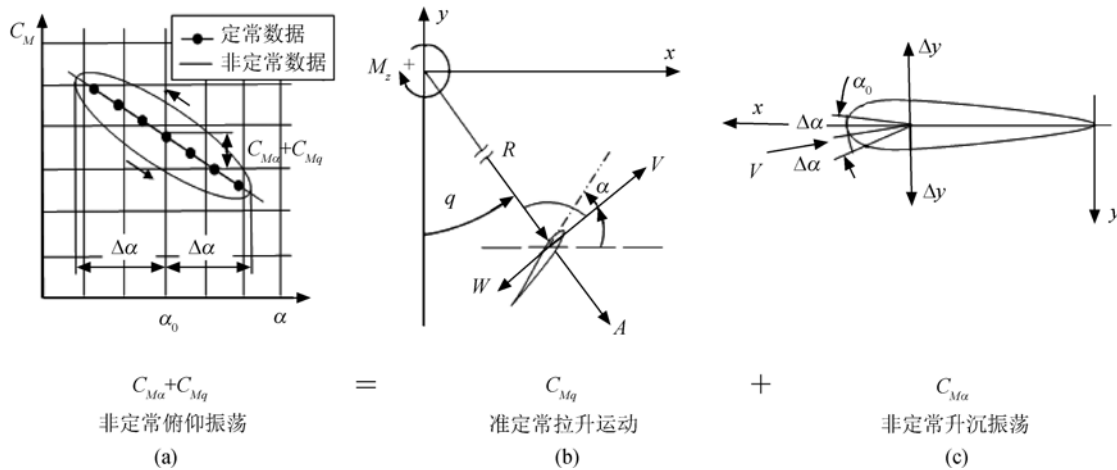
俯仰组合动导数^[17-19]可以使用小幅度强迫俯仰振荡运动得到, 这也是大多数文献的研究对象, 而俯仰阻尼导数对应的运动形式为定常拉升运动, 洗流时差导数则与小幅度强迫升沉振荡对应. 本文将使用求解俯仰组合动导数以及洗流时差导数的方式将各个动导数分开.

1.3.1 小幅度强迫俯仰振荡求解俯仰组合动导数

强迫飞行器做小幅度俯仰振荡时, 依据傅里叶公式展开, 刚体飞行器所受非定常气动力矩可以写为表达式

$$M_z = M_{z0} + \bar{M}_z \sin(\omega t + \lambda) + u(t) \quad (2)$$

其中 M_z 为瞬态非定常气动力矩; M_{z0} 为平衡位置处的气动力矩; $\bar{M}_z$ 为基频谐波分量的瞬态非定常气动力矩; ω 为强迫飞行器振动频率; λ 为刚体飞行器强迫振动时位移和气动力矩之间的相位差; $u(t)$ 为高次谐波分量.

图 1 俯仰组合动导数示意图^[8]Fig. 1 Sketch of pitching combined dynamic derivative^[8]

依据气动力导数的概念,上述小幅度强迫俯仰振荡的刚体飞行器所受瞬态非定常气动力矩还可以表示为

$$M_z = M_{z0} + M_z^a \Delta \alpha + M_z^{\dot{a}} \Delta \dot{\alpha} + M_z^{\omega_z} \omega_z + M_z^{\ddot{z}} \ddot{z} + \hat{\Delta}(\Delta \alpha, \omega_z) \quad (3)$$

式(3)实际上是对刚体飞行器小幅度强迫俯仰振荡所受非定常气动力矩进行了泰勒展开,其中 M_z^a 为气动力矩静导数; $M_z^{\dot{a}}$ 为气动力矩对迎角的 1 阶动导数; $M_z^{\omega_z}$ 为气动力矩对俯仰角速度的 0 阶动导数; $M_z^{\ddot{z}}$ 为气动力矩对俯仰角速度的 1 阶动导数; $\hat{\Delta}$ 为高阶导数项。

当刚体飞行器以低频 ω 做小幅度振荡时,其模型运动方程可以简化为

$$\begin{cases} \theta = \theta_0 \sin(\omega t) \\ \dot{\theta} = \omega \theta_0 \cos(\omega t) = \omega_z \\ \ddot{\theta} = -\omega^2 \theta_0 \sin(\omega t) = \ddot{\omega}_z \\ \Delta \alpha = \theta = \theta_0 \sin(\omega t) \\ \Delta \dot{\alpha} = \dot{\theta} = \omega \theta_0 \cos(\omega t) \end{cases} \quad (4)$$

其中 θ 为瞬时俯仰角; θ_0 为俯仰角变化振幅; ω_z 为俯仰角速度。

展开式(2)并略去高次谐波分量,同时将式(4)代入,略去高阶导数项 $\hat{\Delta}$,整理同类项可得

$$M_z = M_{z0} + (M_z^a - \omega^2 M_z^{\omega_z}) \theta_0 \sin(\omega t) + (M_z^{\dot{a}} + M_z^{\ddot{z}}) \omega \theta_0 \cos(\omega t) \quad (5)$$

当非定常问题计算足够长时,令 $\omega t = 2n\pi$,就可以抹去初始效应的影响,瞬态非定常气动力矩达到一个周期性稳态值,于是式(5)可以写为

$$M_z^a + M_z^{\omega_z} = \frac{\bar{M}_z \sin \lambda}{\omega \theta_0} = \frac{M_{\omega t=2n\pi} - M_{z0}}{\omega \theta_0} \quad (6)$$

至此,基于傅里叶及泰勒展开方法推导出了俯仰组合动导数的表达式(式(6))。

1.3.2 小幅度强迫升沉振荡求解洗流时差导数

做单独谐和正弦升沉振荡的飞行的运动方程可写为

$$y(t) = y_m \sin(\omega t) \quad (7)$$

其中 y_m 为俯仰非定常升沉运动的振幅。

也即纵向的速度变化可写为

$$v_y = \dot{y}(t) = \omega y_m \cos(\omega t) \quad (8)$$

刚体飞行器做小幅度强迫升沉振荡时,刚体飞行器所受瞬态非定常气动力矩可以写成表达式

$$M_z = M_{z0} + \bar{M}_z \sin(\omega t + \lambda) + u(t) \quad (9)$$

依据气动力导数的概念,上述小幅度强迫升沉振荡的刚体飞行器所受瞬态非定常气动力矩还可以表示为

$$M_z = M_{z0} + M_z^a \Delta \alpha + M_z^{\dot{a}} \Delta \dot{\alpha} \quad (10)$$

模型的运动方程为

$$y(t) = y_m \sin(\omega t) \quad (11)$$

$$v_y = \dot{y}(t) = \omega y_m \cos(\omega t) \quad (12)$$

$$\dot{v}_y = \ddot{y}(t) = -\omega^2 y_m \sin(\omega t) \quad (13)$$

则在迎角为 α 时,有

$$\Delta \alpha = \frac{\omega y_m \cos(\omega t) \cos \alpha}{V} \quad (14)$$

$$\Delta \dot{\alpha} = \frac{-\omega^2 y_m \sin(\omega t) \cos \alpha}{V} \quad (15)$$

将式(11)~式(15)进行代入整理可得俯仰力矩的表达式为

$$M_z = M_{z0} + M_z^a \frac{\omega y_m \cos(\omega t) \cos \alpha}{V} + M_z^{\dot{a}} \frac{-\omega^2 y_m \sin(\omega t) \cos \alpha}{V}$$

当 $\omega t = 2n\pi + \pi/2$ 则可得到

$$M_z^a = - \frac{M_z - M_{z0}}{\frac{\omega^2 y_m \cos \alpha}{V}} \quad (16)$$

式(16)即为使用小幅度强迫升沉振荡求得的洗流时差导数表达式。

1.4 边界条件

本文涉及到的边界条件为有远场边界、物面边界,其中远场边界使用基于黎曼不变量的无反射边界条件,物面边界无滑移,绝热。

2 动导数计算公式无量纲化

一般来讲,计算动导数的公式都是无量纲的,因此,需要对本文的两种方法进行无量纲处理。

求解俯仰组合动导数的有量纲公式为

$$M_z^a + M_z^{\omega_z} = \frac{\bar{M}_z \sin \lambda}{\omega \theta_0} = \frac{M_{\omega t=2\pi} - M_{z0}}{\omega \theta_0} \quad (17)$$

根据国家标准,减缩频率 $k = \omega l / (2V_*)$, 其中 l 为参考长度, V_* 为远场自由来流速度,代入可得

$$C_{M_z}^a + C_{M_z}^{\omega_z} = \frac{M_{\omega t=2\pi} - M_{z0}}{k q s l \theta_0} = \frac{C_{M_{\omega t=2\pi}} - C_{M_{z0}}}{k \theta_0} \quad (18)$$

上式中 s 为参考面积; q 为动压; $C_{M_z}^a + C_{M_z}^{\omega_z}$ 为无量纲俯仰组合动导数; $C_{M_{\omega t=2\pi}}$ 为第 n 个振动周期时平衡位置处的瞬时俯仰力矩系数; $C_{M_{z0}}$ 为初始时刻平衡位置处俯仰力矩系数。

同理可得洗流时差导数 $C_{M_z}^a$ 计算公式的无量纲表达形式为

$$C_{M_z}^a = - \frac{C_{M_{\omega t=2\pi+\pi/2}} - C_{M_{z0}}}{k \frac{\omega y_m \cos \alpha}{V}} \quad (19)$$

式中 $C_{M_{\omega t=2\pi+\pi/2}}$ 为 $\omega t = 2n\pi + \pi/2$ 时的瞬时俯仰力矩系数。

3 算例分析

3.1 计算模型及网格

本文选择国际动导数计算标准模型 Finner 导弹^[9]来对本文的方法进行验证,模型及网格分别见图2、图3,其中 $d=1\text{m}$,网格为结构网格,网格总量为350万。

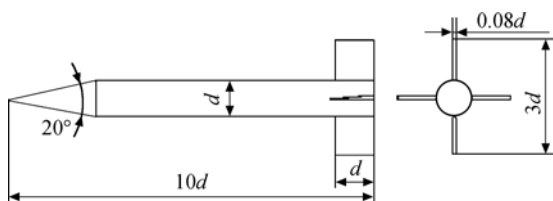
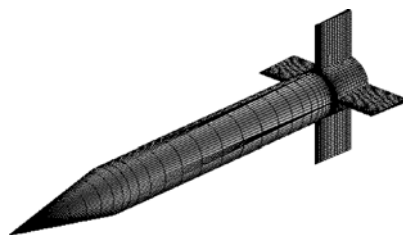
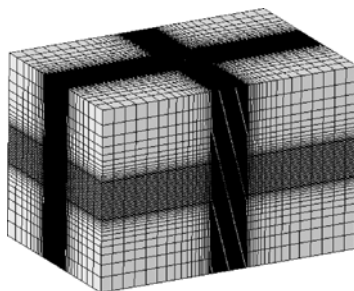


图2 国际动导数计算标准模型 Finner 导弹模型

Fig.2 Computational model of international dynamic derivative standard model Finner missile



(a) 物面网格



(b) 整体网格

图3 计算网格

Fig.3 Computational grid

3.2 小幅度强迫俯仰振荡求解俯仰组合动导数

使用非定常方法求解动导数的关键在于准确地预测瞬时力矩。本文选取来流马赫数 $Ma_\infty = 1.58$, $\alpha = 0^\circ$ 为计算状态,减缩频率 $k = 0.0158226$,振幅 α_m 为 1° ,也即振荡规律可写为

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_m \sin(\omega t) = 1 \cdot \sin(17t)$$

图4给出了一个周期内迎角 α 以及绕重心的俯仰力矩系数 C_M 随时间的变化历程,可以看出:俯仰力矩系数的响应有着明显的迟滞效应,这是非定常计算中存在的一种很普遍的现象,其迟滞环图像见图5。本文的计算对捕捉这种迟滞效应的效果是比较精确的。

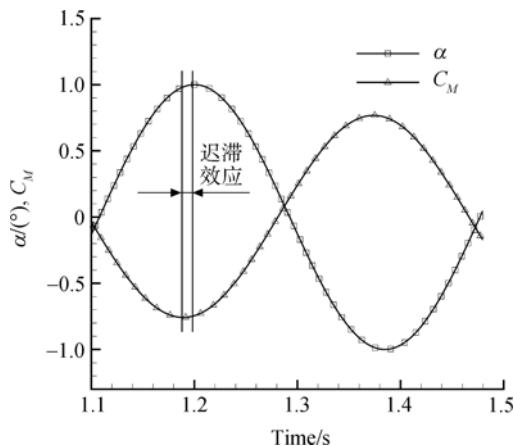


图4 迎角及俯仰力矩系数变化历程

Fig.4 Time history of α and pitching moment coefficient

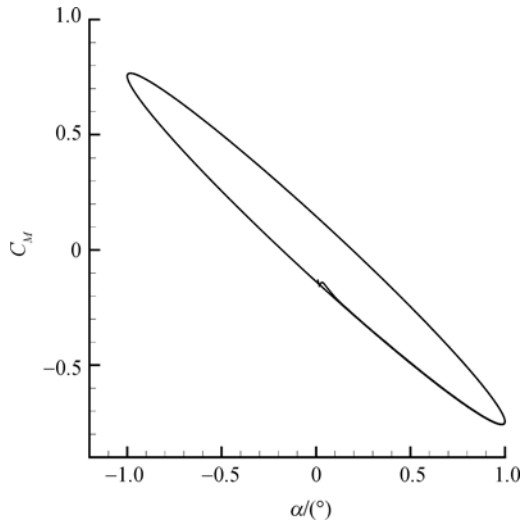


图 5 俯仰力矩系数迟滞环

Fig. 5 Hysteresis loop of pitching moment coefficient

根据前面得到的俯仰动导数无量纲计算公式,可求解俯仰组合动导数,过程见表 1.

表 1 俯仰组合动导数

Table 1 Pitching combined dynamic derivative

瞬时俯仰 力矩系数 $C_{M_{\omega t=2n\pi}}$	初始时刻 平衡位置 俯仰力矩 系数 $C_{M_{\omega 0}}$	计算 值	风洞 试验值	误差/ %
-0.136386	0.004852	-511.48	-526	2.76

文献[6]中的俯仰组合动导数计算值为-506,误差为 3.62%.由此可见本文的计算方法在对俯仰组合动导数的计算中是比较准确的.

3.3 小幅度强迫升沉振荡求解洗流时差导数

与俯仰振荡的频率保持一致,选择升沉振荡的方式为

$$y(t) = 0.2\sin(17t)$$

升沉运动时,强迫力矩参考中心随着物体一起以相同的方式运动,这样得到俯仰力矩系数 C_M 以及升沉位移的变化历程见图 6、图 7.

根据洗流时差导数的无量纲计算公式计算得到的结果如表 2 所示.

根据求解得到的俯仰组合动导数以及洗流时差导数可得到俯仰阻尼导数,如表 3 所示.

文献[12]使用准定常拉升运动求解俯仰阻尼导数的方式实现了动导数的单独计算,算例同本文一致,得到的结论表明,洗流时差导数值约为俯仰阻尼导数的 11%,本文的洗流时差导数为俯仰阻尼导数的 11.5%,与文献结论一致.

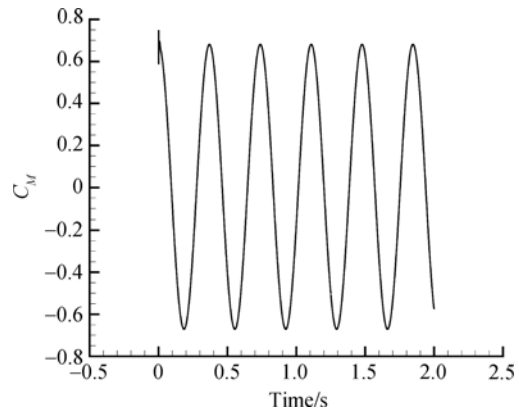


图 6 俯仰力矩系数变化历程

Fig. 6 Time history of pitching moment coefficient

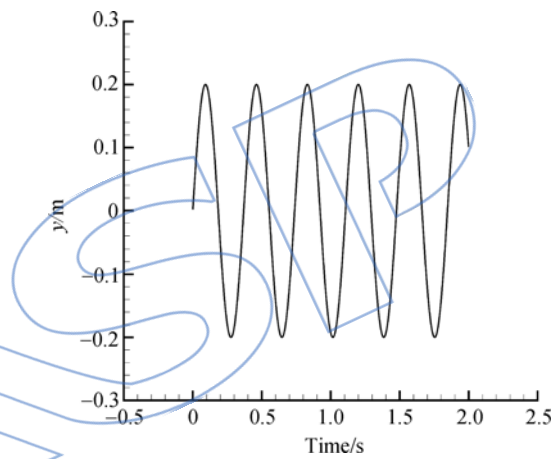


图 7 升沉位移变化历程

Fig. 7 Time history of plunging displacement

表 2 洗流时差导数

Table 2 Lag of wash derivative

瞬时俯仰力矩系数 $C_{M_{\omega t=2n\pi+\pi/2}}$	初始时刻平衡位置 俯仰力矩系数 $C_{M_{\omega 0}}$	洗流时差 导数 $C_{M_z}^a$
0.0101902	0.004852	-53.31

表 3 俯仰阻尼导数

Table 3 Pitching damping derivative

俯仰组合动导数 $C_{M_z}^a + C_{M_z}^{\omega z}$	洗流时差导数 $C_{M_z}^a$	俯仰阻尼导数 $C_{M_z}^{\omega z}$
-511.48	-53.31	-458.17

4 结 论

本文采用基于刚性动网格技术,以国际动导数标准模型 Finner 导弹为研究对象,使用小幅度强迫振动法对其俯仰组合动导数进行了数值计

算,并用小幅度强迫升沉振荡方法对洗流时差导数进行了数值模拟,实现了动导数的单独模拟.本文的动导数模拟方法不仅适用于纵向,还可利用平移振荡结合横向滚转振荡、航向偏航振荡实现横航向各个导数的分开.

本文采用的动导数辨识方法给出了与风洞试验及文献较为吻合的数值计算结果,表明本文所采用的动导数计算方法的正确性,具备较好的工程应用前景.

参考文献:

- [1] 袁先旭,张涵信,谢昱飞.基于CFD方法的俯仰静、动导数数值计算[J].空气动力学学报,2005,23(4):458-463.
YUAN Xianxu, ZHANG Hanxin, XIE Yufei. The pitching static/dynamic derivatives computation based on CFD methods[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2005, 23(4): 458-463. (in Chinese)
- [2] 范晶晶,阎超,李跃军.飞行器大迎角下俯仰静、动导数的数值计算[J].航空学报,2009,30(10):1846-1850.
FAN Jingjing, YAN Chao, LI Yuejun. Computation of vehicle pitching static and dynamic derivatives at high angles of attack[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(10): 1846-1850. (in Chinese)
- [3] 卢学成,叶正寅,张伟伟.超音速、高超声速飞行器动导数的高效计算方法[J].航空计算技术,2008,38(3):28-31.
LU Xuecheng, YE Zhengyin, ZHANG Weiwei. A high efficient method for computing dynamic derivatives of supersonic/hypersonic aircraft[J]. Aeronautical Computing Technique, 2008, 38(3): 28-31. (in Chinese)
- [4] 史爱明,杨永年,叶正寅.结合CFD技术的跨音速动导数计算方法研究[J].西北工业大学学报,2008,26(1):11-14.
SHI Aiming, YANG Yongnian, YE Zhengyin. A more accurate method for calculating transonic dynamic derivatives (TDDs) using present state-of-the-art CFD[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2008, 26(1): 11-14. (in Chinese)
- [5] 史爱明.飞行器非定常流场和气动弹性问题的数值分析研究[D].西安:西北工业大学,2005.
SHI Aiming. Numerical analysis of aircraft unsteady flow and aeroelastic problems[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2005. (in Chinese)
- [6] 孙涛,高正红,黄江涛.基于CFD的动导数计算与减缩频率影响分析[J].飞行力学,2011,29(4):15-18.
SUN Tao, GAO Zhenghong, HUANG Jiangtao. Identify of aircraft dynamic derivatives based on CFD technology and analysis of reduce frequency[J]. Flight Dynamics, 2011, 29(4): 15-18. (in Chinese)
- [7] 陶洋,范召林,赵忠良.基于CFD的带控制舵导弹的动导数计算[J].航空动力学报,2010,25(1):102-106.
TAO Yang, FAN Zhaolin, ZHAO Zhongliang. Predictions of dynamic damping coefficients of basic finner based on CFD[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(1): 102-106. (in Chinese)
- [8] Ronch A D, Vallespin D. Computation of dynamic derivatives using CFD[R]. AIAA 2010-4817, 2010.
- [9] Green L L, Spence A M, Murphy P C. Computation methods for dynamic stability and control derivatives[R]. AIAA 2004-0015, 2004.
- [10] Andreas B, Andreas H. Integrated experimental and numerical research on the aerodynamics of unsteady aircraft[R]. Washington: 3th International Symposium on Integrating CFD and Experiments in Aerodynamics, 2007.
- [11] Erdal O, Hssan U A. CFD predictions of dynamic derivatives for missile[R]. AIAA 2002-0276, 2002.
- [12] 叶川,马东立.利用CFD技术计算飞行器动导数[J].北京航空航天大学学报,2013,39(2):196-200.
YE Chuan, MA Dongli. Aircraft dynamic derivatives calculation using CFD techniques[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(2): 196-200. (in Chinese)
- [13] 龚卫斌.时差动导数风洞试验技术[J].航空学报,1995,16(4):473-476.
GONG Weibin. Test technique of the dynamic derivatives due to plunging in the wind tunnel[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1995, 16(4): 473-476. (in Chinese)
- [14] 孙智伟,程泽荫,白俊强,等.基于准定常的飞行器动导数的高效计算方法[J].飞行力学,2010,28(2):28-30.
SUN Zhiwei, CHENG Zeyin, BAI Junqiang, et al. A high efficient method for computing dynamic derivatives of aircraft based on quasi-steady CFD method[J]. Flight Dynamics, 2010, 28(2): 28-30. (in Chinese)
- [15] 张来平,邓小刚,张涵信.动网格生成技术及非定常计算方法进展综述[J].力学进展,2010,40(4):424-447.
ZHANG Laiping, DENG Xiaogang, ZHANG Hanxin. Reviews of moving grid generation techniques and numerical methods for unsteady flow[J]. Advances in Mechanics, 2010, 40(4): 424-447. (in Chinese)
- [16] 刘伟.细长机翼摇摆机理的非线性动力学分析及数值模拟方法研究[D].长沙:国防科学技术大学,2004.
LIU Wei. Numerical simulation and nonlinear dynamic analysis for slender wing rock[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2004. (in Chinese)
- [17] Scott M M, Eloret C. A reduced-frequency approach for calculating dynamic derivatives[R]. AIAA 2005-840, 2005.
- [18] Soo H P, Yoonsik K, Jang H K. Prediction of dynamic damping coefficients using unsteady dual-time stepping method[R]. AIAA 2002-0715, 2002.
- [19] Greenwell D L. Frequency effects on dynamic stability derivatives obtained from small-amplitude oscillatory testing[J]. Journal of Aircraft, 1998, 35(5): 776-783.